SESION 6

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

I. CONTENIDOS:

1. Triángulos oblicuángulos.
2. Leyes de senos.
3. Leyes de Cosenos.
4. Solución de problemas con triángulos oblicuángulos.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Clase, el alumno:

- Aplicará las leyes trigonométricas a la solución de triángulos.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Sabes que son los triángulos oblicuángulos y rectángulos?
- ¿Cuántos datos son necesarios conocer para resolver un triángulo?
- ¿Puedes imaginarte que aplicaciones prácticas tienen los triángulos oblicuángulos?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Triángulos Oblicuángulos

Cuando se tienen triángulos que carecen de ángulo recto, la trigonometría les da el nombre de triángulos oblicuángulos y al igual que en un triángulo rectángulo, existen elementos en el que pueden ser calculados. Existen tres casos en la resolución de triángulos oblicuángulos.

- *LLL: Se conocen las longitudes de tres lados.*
- *LAL: Se conoce dos lados del triángulo y el ángulo formado por ellos.*
- *ALA: Se conocen dos ángulos y un lado del triángulo.*

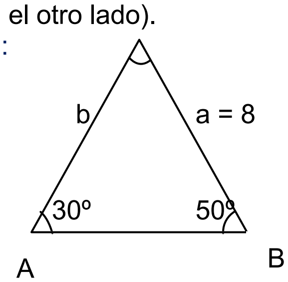
2.1. Leyes de senos

Para la resolución de los triángulos oblicuángulos existen dos leyes que permiten conocer los lados y los ángulos de un triángulo. La primera de ellas es la ley de senos:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Esta ley es aplicable para los casos LAL (donde se determina el otro ángulo) y ALA (donde se determina el otro lado).

Ejemplo 1:



En este caso la incógnita es b y estamos ante un caso ALA por lo que la solución se plantea.

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}$$

En la ley de senos se usa sólo una igualdad de las dos existentes en la fórmula dependiendo de los elementos conocidos y la incógnita.

- sustituyen valores.

$$\frac{8}{sen30^{o}} = \frac{b}{sen50^{o}}$$

- Se determinan los valores de las funciones.

$$\frac{8}{0.5} = \frac{b}{0.7660}$$

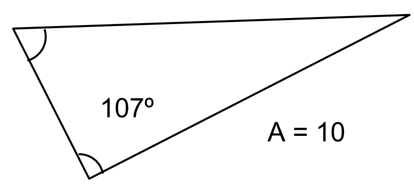
- Se despeja b.

$$b = \frac{(8)(0.766)}{0.5}$$

- Por lo tanto:

b = 12.256

Ejemplo 2:
Ahora está este caso LAL donde la incógnita es $\angle$A. La relación es:



$$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$$

$$\frac{10}{senA} = \frac{14}{sen107}$$

$$\frac{10}{senA} = \frac{14}{0.9563}$$

$$\text{Sen A} = \frac{(10)(0.9563)}{14}$$

Sen A = 0.683

Utilizando en la calculadora

SHIFT SIN 0.683 A = 43.07º

Utilizando $^{o}\ {}'\ {}''$ A = 43º 4´ 43´´

3.1. Leyes de Cosenos

Existen planteamientos donde no es posible utilizar la ley de senos, por ejemplo cuando se conocen dos lados y el ángulo que forman. Para esos casos se aplica la ley de cosenos:

Para conocer un lado:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\ Cos\ A}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac\ Cos\ B}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\ C}$$

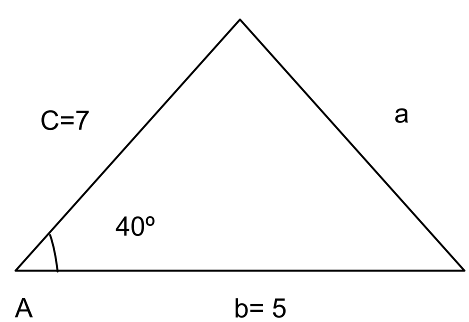
Para conocer un ángulo:

$$\text{Cos A} = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$$

$$\text{Cos B} = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$$

$$\text{Cos C} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$$

Ejemplo1:



La incógnita es a y se conocen dos lados y el ángulo que forman, por lo que:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\ Cos\ A}$$

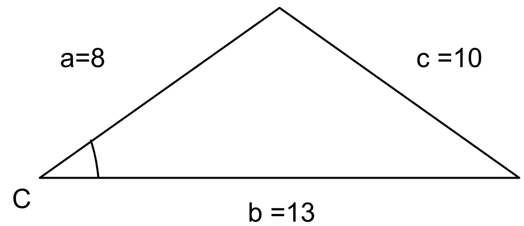
$$a = \sqrt{(5)^2 + (7)^2 - 2(5)(7)(\text{Cos } 40^o)}$$

$$a = \sqrt{25 + 49 - (70)(0.766)}$$

$$a = \sqrt{74 - 53.62}$$

$$a = 20.38$$

Ejemplo 2:



$\angle$ C es la incógnita, entonces:

$$\text{Cos C} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$$

$$\text{Cos C} = \frac{(10)^2 - (8)^2 - (13)^2}{-2(8)(13)}$$

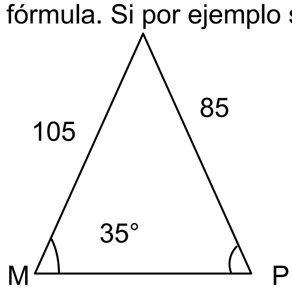
$$\text{Cos C} = \frac{100 - 64 - 169}{-208}$$

$$\text{Cos C} = \frac{-133}{-208}$$

Cos C = 0.6394

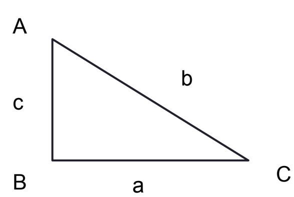
C = 50º 15´4´´

En ambas leyes el uso de las letras a,b,c. para lados, y A,B,C para ángulos es sólo convencionalismo, lo importante es relacionar adecuadamente los lados con los ángulos en cada fórmula. Si por ejemplo se tiene la siguiente figura.



La sustitución en la ley de senos es: $\dfrac{85}{sen35^{\circ}} = \dfrac{105}{senP}$

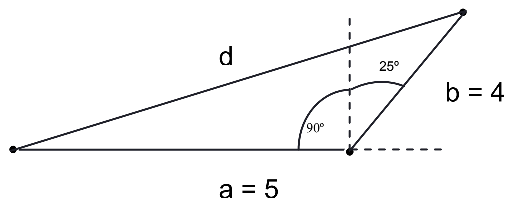
Nota: Se acostumbra a nombrar a los ángulos con las mayúsculas y a los lados opuestos al ángulo con la minúscula correspondiente.



4.1. Solución de problemas con triángulos oblicuángulos

1. Un vehículo recorre 5 km rumbo al Este por un camino recto y después otros 4 km con un rumbo 25º NE. ¿Cuál fue su desplazamiento?

Representación:



Datos: Se conocen 2 lados (a = 5 y b= 4) y el ángulo que se forma entre ellos (90 + 25 = 115º).
Se aplica el teorema de cosenos:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 = 2abcos\alpha}$$

Sustituyendo:

$d = \sqrt{(5)^2 + (4)^2 - 2(5)(4)\cos 115^{o}}$

$d = \sqrt{25 + 16 - 40(-0.4226)}$

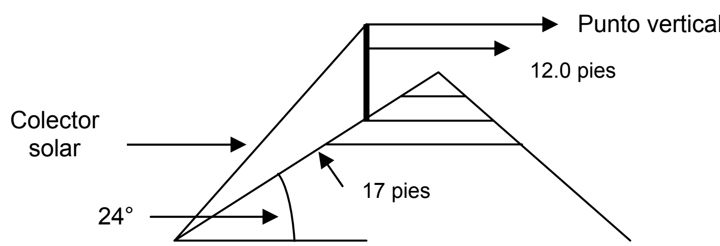
$d = \sqrt{57.90}$

d = 7.6 km

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

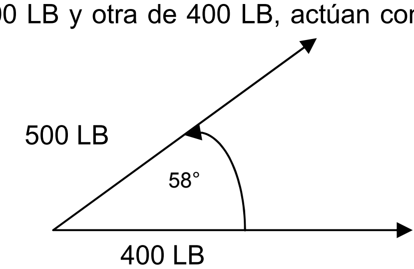
A. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Un colector solar está colocado sobre un techo que forma un ángulo de 24° con la horizontal. Si el extremo superior del colector está sostenido como se demuestra la figura. ¿Qué tan largo es el colector?



2. Un avión que vuela directamente hacia el norte a la ciudad "C", altera su curso hacia el noroeste en un punto a 100 km d "C" y toma rumbo hacia la ciudad "B" aproximadamente a 50.0 km de distancia. Si "B" y "C" están separadas 60 km, ¿qué curso deba calcular el ingeniero de vuelo para llegar a "B"?

3. Dos fuerzas una de 500 LB y otra de 400 LB, actúan como se muestra en la figura. Calcula la magnitud de la resultante.



B. Resuelve el Problema Reto.

Un método que utilizó la nasa en uno de sus vuelos a la luna para medir con un alto grado de exactitud el radio de la luna fue el siguiente: una cápsula espacial orbitó la luna a una altura de 100 Mi. Un avistamiento desde la cápsula hacia el horizonte lunar muestra un ángulo de depresión de 22° (vea Fig.) Calcula el radio de la luna.